# RZECZ O DYSKONTOWANIU ODROCZONYCH WYPŁAT[1]

**Piotr Zielonka* – Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego**

**Przemysław Sawicki** – Akademia Leona Koźmińskiego**

**Rafał Weron*** – Centrum im. H. Steinhausa, Politechnika Wrocławska**

***Streszczenie:*** *W artykule przedstawiono wyniki badań empirycznych nad dyskontowaniem odroczonych wypłat, z których wynika, że: (1) najlepszym przybliżeniem procesu dyskontowania wydaje się funkcja hiperboliczna, (2) (zarówno zwierzęta, jak i ludzie) mogą zmieniać swoje preferencje wraz z upływem czasu. W artykule podano teoretyczne warunki zmiany preferencji w czasie.*

***Słowa kluczowe:*** *dyskontowanie hiperboliczne, odwrócenie preferencji.*

## *DISCOUNTING OF DELAYED PAYOFFS*

***Abstract:*** *The paper presents empirical results on the discounting of delayed payoffs which show that: (1) the best approximation of the discounting process is a hyperbolic function, (2) (both animals and humans) can reverse their preferences in time. The article presents theoretical conditions on the intertemporal preference reversal.*

***Keywords:*** *hyperbolic discounting, intertemporal preference reversal.*

[1] Autorzy dziękują Panu Arkadiuszowi Kozłowskiemu za konsultacje i pasjonującą dyskusję nad problematyką dyskontowania.

* Piotr Zielonka, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, ul. Nowoursynowska 161, 02-787 Warszawa, e-mail: piotr.zielonka@gmail.com

** Przemysław Sawicki, Akademia Leona Koźmińskiego, ul. Jagiellońska 59, 03-301 Warszawa, e-mail: psawicki@kozminski.edu.pl

*** Rafał Weron, Centrum im. H. Steinhausa, Instytut Matematyki i Informatyki, Politechnika Wrocławska, Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: rafal.weron@pwr.wroc.pl. Strona domowa Centrum im. H. Steinhausa: http://www.im.pwr.wroc.pl

## 1. Wprowadzenie

Wiele decyzji, które podejmujemy każdego dnia, dotyczy zjawiska odroczonych płatności. Wybór pomiędzy natychmiastową nagrodą a długoterminowymi konsekwencjami jest wszechobecny. Spanie do 10 rano może być przyjemne, ale konsekwencje nienapisania tego artykułu w określonym przez naszego szefa terminie – bolesne, z kolei codzienne pływanie stanowi pewnego rodzaju uciążliwość, ale w długoterminowej konsekwencji przyczynia się do poprawy naszego zdrowia.

W niniejszej pracy dokonano przeglądu badań empirycznych nad traktowaniem przez ludzi i zwierzęta odroczonych wypłat. W większości omówionych tu eksperymentów zadaniem badanego było oszacowanie wysokości kwoty, która wypłacona natychmiast byłaby ekwiwalentem wypłaty odroczonej. Taki proces nazywamy dyskontowaniem. W niniejszej pracy zaprezentowano czynniki determinujące proces dyskontowania, jak na przykład: wartość dyskontowanej kwoty, okres odroczenia, znak odroczonej kwoty (dodatni w przypadku nagrody, ujemny w przypadku kary).

Szczególnie interesującym zjawiskiem związanym z procesem dyskontowania jest odwrócenie preferencji wraz z upływem czasu. Na przykład, jeśli zapytać badanych, czy wolą otrzymać 1000 złotych za 12 miesięcy, czy 1100 złotych za 13 miesięcy, większość wybiera alternatywę większą, choć odroczoną. Jeśli jednak zapytać badanych, czy wolą otrzymać 1000 złotych natychmiast, czy 1100 złotych za 1 miesiąc, większość wybiera wypłatę mniejszą, ale dostępną szybciej. Ten sam okres (jeden miesiąc) zdaje się o wiele więcej „ważyć", jeśli rozpatrywany jest od dziś, niż jeśli rozpatrywany jest od momentu oddalonego od dziś o rok (por. rysunek 2 oraz rysunek 3).

Można powiedzieć, że wybór pomiędzy wypłatą mniejszą (dostępną wcześniej) i wypłatą większą (dostępną później) jest uzależniony od momentu, w którym podejmowana jest decyzja. Zachowanie impulsywne, czyli wybór mniejszej, ale wcześniejszej wypłaty, może mieć miejsce wtedy, gdy odroczenie wypłat od momentu podejmowania decyzji jest relatywnie krótkie. Z kolei samokontrola, czyli wybór większej, ale późniejszej wypłaty, występuje wtedy, gdy odroczenie wypłat jest duże. W niniejszej pracy określimy, co znaczy odroczenie krótkie, a co długie z punktu widzenia zmiany preferencji. Tak więc artykuł poświęcony jest nie tylko opisaniu czynników determinujących proces dyskontowania, ale także (lub przede wszystkim) wyjaśnieniu zjawiska odwrócenia preferencji.

Podstawowym parametrem opisującym własności funkcji dyskontowej jest stopa dyskontowa (*ang. discount rate*), przyjmująca wartości dodatnie, gdy wartość bieżąca wypłaty jest mniejsza od wartości odroczonej oraz wartości ujemne w przeciwnym przypadku. Definicja stopy dyskontowej w postaci różnicowej jest następująca.

$$r = -\frac{V(t) - A}{A} \qquad [1]$$

*r* – stopa dyskontowa,
*V(t)* – subiektywna, zdyskontowana wartość kwoty odroczonej dla czasu *t*,
*A* – kwota odroczona.

Jeśli rozważamy inkrementalnie małe przyrosty czasu, otrzymujemy:

$$r = -\frac{\frac{V(t - \Delta t) - V(t)}{\Delta t}}{V(t)} \qquad [2]$$

W przypadku przyrostu czasu dążącym do zera stopa dyskontowa pojawia się w postaci różniczkowej i wyraża się poniższym wzorem:

$$r = -\frac{\frac{dV(t)}{dt}}{V(t)} \qquad [3]$$

(Takahashi, Ikeda, Hasegawa, 2007)

Natomiast współczynnik dyskontowy (*ang. discount factort*) – to:

$$\delta = \frac{V(t)}{A} \qquad [4]$$

gdzie:
$\delta$ – współczynnik dyskontowy.

Zarówno stopa, jak i współczynnik dyskontowy opisują zmianę wartości odroczonej wypłaty w czasie. Ponieważ subiektywna wartość bieżąca *V* kwoty odroczonej jest mniejsza od wartości początkowej *A*, to współczynnik dyskontowy przyjmuje wartości dodatnie.

Wyznaczając zależność pomiędzy stopą dyskontową a współczynnikiem dyskontowym, mamy:

$$r = -\frac{V - A}{A} = 1 - \frac{V}{A} = 1 - \delta \qquad [5]$$

Im wyższa stopa dyskontowa (niższy współczynnik dyskontowy), tym szybciej następuje utrata wartości w procesie dyskontowania. Osoba impulsywna, szybko obniżająca wartość odroczonej wypłaty, charakteryzuje się wysoką stopą dyskontową. Osoba nieimpulsywna – obdarzona wysoką samokontrolą – zachowuje się przeciwnie, słabo obniża wartość odroczonej wypłaty i charakteryzuje się niską stopą dyskontową.

## 2. Metody badawcze

Wszystkie procedury wykorzystywane do badania procesu dyskontowania opierają się na podobnym schemacie. Badany dokonuje wyborów między dwiema alternatywami, z których jedna jest mniej atrakcyjna, ale dostępna wcześniej, natomiast druga jest bardziej atrakcyjna, ale dostępna później. Pomiar dotyczy wyznaczania punktów równowagi. Punktem równowagi nazywamy takie wartości wypłat i czasów odroczenia dla dwóch alternatyw, pomiędzy którymi badany wykazuje obojętność.

### Badania na zwierzętach

Wyznaczanie punktów równowagi w badaniach na zwierzętach jest możliwe dzięki metodzie regulowanego odraczania (*ang. adjusted-delay*), która po raz pierwszy została zastosowana przez Mazura (1987) w badaniu na gołębiach. W procedurze Mazura gołąb umieszczany był w klatce eksperymentalnej, w której znajdowały się dwa przyciski. Dziobanie w jeden przycisk skutkowało szybszym, ale krótkotrwałym (2-sekundowym) dostępem do pokarmu, natomiast dziobanie w drugi przycisk skutkowało odroczonym, ale dłuższym (6-sekundowym) dostępem do pokarmu. Czas dostępu do pokarmu traktowany był jako wskaźnik wielkości nagrody. Zanim gołębie dopuszczono do pomiarowej części badania, poddawano je treningowi, podczas którego zapoznawały się z rozkładem wzmocnień związanym z każdym przyciskiem. Gdy w części właściwej badania gołąb częściej dziobał w przycisk przynoszący słabiej odroczoną (mniejszą) nagrodę, zmniejszano czas odroczenia bardziej odroczonej (większej) nagrody, podnosząc w ten sposób jej atrakcyjność. Natomiast gdy gołąb częściej dziobał w przycisk związany z silniej odroczoną nagrodą, wówczas zwiększano czas jej odroczenia. Przy zmienionych czasach odroczenia ponawiano część treningową, w której gołąb doświadczał nowych rozkładów wzmocnień. Następnie znów przechodzono do fazy pomiarowej. Procedura odraczania i przybliżania wypłat powtarzała się do momentu, gdy częstość dziobania w oba przyciski była porównywalna. Wtedy uznawano, że został osiągnięty punkt równowagi, czyli atrakcyjność nagrody mniejszej, ale szybszej była równa atrakcyjności nagrody większej, ale silniej odroczonej. W kolejnych etapach eksperymentu powtarzano procedurę dla innych wartości nagrody odroczonej.

### Badania na ludziach

W przeciwieństwie do badań na zwierzętach, gdzie procedura dostosowywania jest jedyną, którą dotychczas stosowano, w badaniach na ludziach oprócz metody regulowanego odraczania stosuje się również metodę wyboru (*ang. choice method*).

Metodę tę omówimy na przykładzie pracy Rachlin, Raineri i Cross (1991). Badani byli proszeni o wyrażenie swoich preferencji w stosunku do pary kart prezentujących różne kwoty. Jedna karta pokazywała kwotę mniej atrakcyjną, którą można było otrzymać natychmiast (30 kwot od 1 dolara do 1000 dolarów), druga – kwotę bardziej atrakcyjną (1000 dolarów), którą można było otrzymać z pewnym odroczeniem (7 odroczeń od 1 miesiąca do 50 lat). Aby obliczyć punkty równowagi, kwoty natychmiastowe prezentowane były najpierw rosnąco, później malejąco. Na przykład badany mógł stanąć przed następującym wyborem: 100 dolarów natychmiast *versus* 1000 dolarów za 1 miesiąc. Po tym, jak badany wskazywał na odroczoną wypłatę, przy następnym wyborze kwota natychmiastowa zwiększała się, stając się tym samym bardziej atrakcyjną (kwota odroczona pozostawała taka sama). Badany wybierał kartę z kwotą odroczoną do momentu, aż alternatywa natychmiastowa stała się w jego odczuciu bardziej atrakcyjna. W momencie zmiany preferencji badany powtarzał tę samą procedurę jednak tym razem seria z kwotami natychmiastowymi prezentowana była od największej do najmniejszej – tak więc badany najpierw stawał przed wyborem 1000 dolarów natychmist *versus* 1000 dolarów za 1 miesiąc. Po tym jak badany wskazywał na natychmiastową wypłatę, przy następnym wyborze wypłata ta zmniejszała się, stając się tym samym mniej atrakcyjną. Badany wybierał kartę z kwotą natychmiastową do momentu, gdy alternatywa odroczona stała się bardziej atrakcyjna – po czym zmieniał preferencje. Punkt równowagi obliczano, jako średnią arytmetyczną z dwóch kwot, przy których badany zmieniał preferencje (po jednej w serii malejącej i rosnącej). Na przykład w serii, gdy wypłaty natychmiastowe rosły badany mógł zmienić preferencje z kwoty odroczonej na natychmiastową, gdy kwota natychmiastowa osiągnęła wartość 800 dolarów, natomiast w serii, gdy kwoty natychmiastowe malały, gdy kwota natychmiastowa spadła do wartości 700 dolarów. Takie wybory badanego oznaczałyby, że 750 dolarów (średnia arytmetyczna z 700 i 800 dolarów) wypłacone natychmiast jest w odczuciu badanego równowarte 1000 dolarów, na które musi poczekać 1 miesiąc. Analogicznie obliczenia wykonywano dla pozostałych odroczeń.

Preferencje osób badanych mogą być także określane w sposób bezpośredni metodą dopasowania (*ang. matching method*). W tym przypadku nie oblicza się punktów równowagi, gdyż badany pytany jest wprost o równowartość alternatywy odroczonej. Przykładowe pytanie może być następujące: Jaka kwota otrzymana natychmiast jest według ciebie ekwiwalentem 1000 dolarów otrzymanych za 1 miesiąc? Okazuje się, że metodą dopasowania uzyskuje się silniejsze dyskontowanie tych samych kwot, niż przy zastosowaniu metody wyboru (Read i Roelofsma, 2003).

## 3. Czynniki determinujące proces dyskontowania

### Efekt nagrody i kary

Ludzie silniej dyskontują przyszłą nagrodę niż przyszłą karę. W eksperymencie Thalera (1981) proszono badaną osobę, aby wyobraziła sobie wygranie na loterii pewnej kwoty w wysokości X. Pieniądze te mogła odebrać natychmiast albo z pewnym odroczeniem. Badany miał określić kwotę Y, która wypłacona z odroczeniem byłaby tak samo atrakcyjna, jak kwota X wypłacona mu natychmiast. W drugiej wersji tego eksperymentu proszono badaną osobę, aby wyobraziła sobie, że dostała mandat w wysokości A. Badany miał określić wysokość mandatu B, który zapłacony z odroczeniem byłaby tak samo uciążliwy, jak mandat w wysokości A zapłacony natychmiast. Jak pokazuje tabela 1, badani dyskontowali zyski dużo silniej niż straty.

**Tabela 1. Wysokość kwot odroczonych, które stanowiły dla badanych ekwiwalenty wypłat natychmiastowych**

| | Sugerowana przez badanych kwota odroczona w dolarach | | |
|---|---|---|---|
| Kwota do wypłacenia natychmiast podawana przez eksperymentatora | Czas odroczenia 3 miesiące | Czas odroczenia 1 rok | Czas odroczenia 3 lata |
| **15** | 30 | 60 | 100 |
| **250** | 300 | 350 | 500 |
| **-15** | -16 | -20 | -28 |
| **-250** | -251 | -270 | -310 |

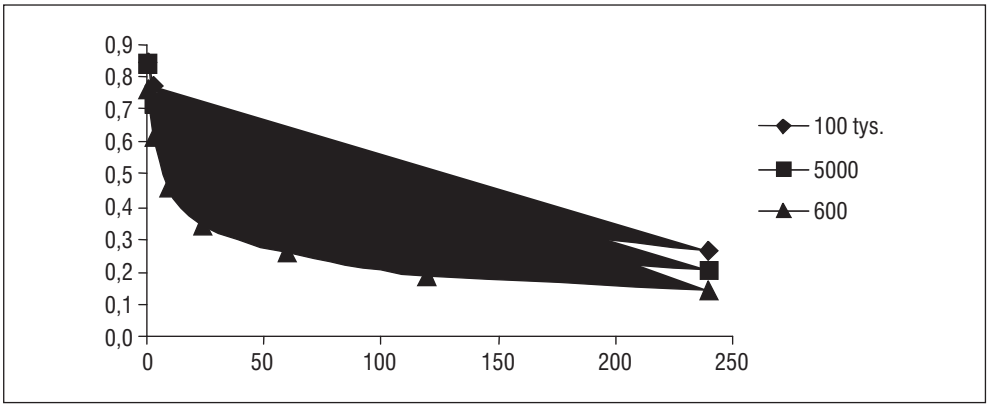
Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Thaler (1981).

Eksperyment Loewensteina (1988c) potwierdził spostrzeżenia Thalera. Badanych pytano o bieżącą równoważność przyszłych wypłat. Okazało się, że w przypadku nagrody – badani wykazywali obojętność pomiędzy otrzymaniem 10 dolarów natychmiast i 21 dolarami za rok. W przypadku kary wykazywali obojętność pomiędzy stratą 10 dolarów natychmiast i stratą 15 dolarów za rok. Widać więc, że nagroda była dyskontowana silniej niż kara.

### Efekt wielkości wypłaty

Efekt wielkości odnosi się do wpływu wartości dyskontowanej kwoty na siłę procesu dyskontowania. Wyniki eksperymentów wskazują, że w umysłach badanych mniejsze kwoty tracą na wartości silniej niż kwoty większe odroczone o ten sam czas. Poniższy wykres prezentuje krzywe dyskontowe (czyli funkcje subiektywnej wartości wypłaty odroczonej w czasie) dla trzech różnych kwot: 600 zł, 5000 zł oraz 10 000 zł uzyskane metodą wyboru (rysunek 1).

**Rysunek 1. Krzywe dyskontowe dla trzech kwot odroczonych**




Na osi pionowej stosunek wartości bieżącej (zdyskontowanej) do rzeczywistej wartości odroczonej. Na osi poziomej okres odroczenia w miesiącach.
Źródło: Sawicki, Zielonka, 2008, niepublikowany manuskrypt.

W różnych badaniach porównywano rozmaite kwoty: 200 i 10 000 dolarów (Du, Green i Myerson, 2002), 40 i 200 dolarów (Shelley, 1993) oraz 10 i 20 dolarów (Kirby i Santiesteban, 2003). Wyniki okazały się spójne: przy tym samym czasie odroczenia mniejsza kwota traciła zawsze na wartości więcej (dyskontowanie było silniejsze) niż kwota większa (por. także Green, Myerson i McFadden, 1997).

## Efekt perspektywy

Istotnym elementem dyskontowania jest perspektywa, z której ludzie patrzą na konsekwencję podejmowanych przez siebie decyzji. Okazuje się, że inaczej „wyceniamy" czas w zależności od tego, czy chodzi o przyspieszenie, czy o opóźnienie wypłaty. Przyspieszenie oznacza skrócenie odroczenia, a opóźnienie wydłużenie odroczenia.

W eksperymencie prowadzonym przez Loewensteina (1988) badany otrzymywał bon towarowy o wartości 7 dolarów. Następnie przydzielany był losowo do jednej z trzech grup, różniących się czasem oczekiwania na aktywację bonu (1, 4 lub 8 tygodni). Badani mieli do wyboru: (a) przyspieszenie aktywacji bonu kosztem zmniejszenia jego wartości, (b) opóźnienie aktywacji bonu za dodatkową premią. Okazało się, że badani żądali dwa do czterech razy więcej za odroczenie aktywacji bonu, niż byli w stanie oddać za przyspieszenie aktywacji o ten sam czas (tabela 2).

Interpretując uzyskane wyniki, Loewenstein (1988) odwołuje się do teorii perspektywy[2] i wynikającej z niej awersji do strat. Dokonując przyspieszenia wypłaty, badany sta-

[2] Teoria perspektywy opracowana przez Daniela Kahnemana i Amosa Tversky'ego (1979) składa się z dwóch części: pierwszej, dotyczącej sfery motywacyjnej oraz drugiej, dotyczącej sfery poznawczej. „Pierwsza część teorii perspektywy mówi, że ludzi charakteryzuje silna awersja do strat. Druga część teorii perspektywy opisuje

**Tabela 2. Wysokość „wyceny" opóźnienia i przyspieszenia otrzymania wypłat**

| Opóźnienie lub przyspieszenie wypłaty | Kwota w dolarach, o którą badany zwiększał wartość 7-dolarowego bonu w sytuacji opóźnienia otrzymania bonu | Kwota w dolarach, o którą badany zmniejszał wartość 7-dolarowego bonu w sytuacji przyspieszenia otrzymania bonu |
|---|---|---|
| 1 tydzień vs. 4 tygodnie | 1,09 | 0,25 |
| 4 tygodnie vs. 8 tygodni | 0,84 | 0,37 |
| 1 tydzień vs. 8 tygodni | 1,76 | 0,52 |

Źródło: Na podstawie: Loewenstein (1988).

je w obliczu straty, gdyż odpowiada na pytanie, ile jest gotów stracić, żeby przyspieszyć otrzymanie wypłaty. Natomiast dokonując opóźnienia wypłaty, staje w obliczu zysku, gdyż odpowiada na pytanie, ile chciałby zyskać w zamian za zgodę na dodatkowe odroczenia wypłaty. Ponieważ straty bolą bardziej, niż cieszą zyski, zmiana stopy dyskonta w przypadku przyspieszenia jest mniejsza, niż dzieje się to w przypadku opóźnienia[3].

Benzion, Rapaport i Yagil (1989) testowali wpływ perspektywy czasowej nie tylko dla nagrody, ale także dla kary. Badacze zmieniali wielkość wypłaty (40, 200, 1000, 5000 dolarów) oraz czas odroczenia wypłaty (6, 12, 24, 48 miesięcy). Badanych proszono o dokonywanie wyborów w sytuacji: (1) opóźnienie zysku; (2) przyspieszenia zysku; (3) opóźnienia straty; (4) przyspieszenia straty. W warunkach zysku badany miał wyobrazić sobie, że jego pracodawca proponuje (1) przyspieszenie lub (2) opóźnienie wypłaty premii. Mając na uwadze pierwotne warunki wypłaty premii, tj. jej wysokość i czas oczekiwania na wypłatę, badany miał określić, ile pieniędzy chciałby otrzymać w zamian za opóźnienie otrzymania premii lub z jakiej części premii byłby w stanie zrezygnować w przypadku przyspieszenia wypłaty. W warunkach straty badany miał sobie wyobrazić, że posiada kredyt, którego spłatę można by (3) opóźnić lub (4) przyspieszyć. Analogicznie jak w przypadku zysku badany był proszony o określe-

proces przekształcania prawdopodobieństw w czasie podejmowania decyzji. Nasze umysły zawyżają małe wartości prawdopodobieństw i zaniżają duże. Jeśli szansa na pojawienie się jakiegoś zjawiska jest bliska zeru, podczas podejmowania decyzji traktujemy ją jakby była dużo wyższa. I odwrotnie, jeśli szansa na pojawienie się jakiegoś zjawiska jest bliska jedności, podejmując decyzję zaniżamy ją" (Zielonka, 2009)

3 Interesującą obserwacją pośrednio związaną z efektem horyzontu czasowego jest tzw. potrzeba polepszania. Mając do wyboru alternatywy, które różnią się wielkością i czasem wypłaty, ludzie nie zawsze preferują otrzymać większą alterntywę szybciej (jak wynika z modelu normatywnego Samuelsona). Są sytuacje, gdy wybierają rosnącą sekwencję wypłat w czasie. W eksperymencie Loewensteina i Sichermana (1991) badani mieli wybrać sposób wypłaty wynagrodzenia za swoją pracę. Możliwe były trzy różne sposoby wypłaty tego samego całkowitego wynagrodzenia: (1) malejący, tj. z miesiąca na miesiąc pensja zmniejszała się; (2) stały – w każdym miesiącu wypłaty były jednakowe; (3) rosnący – wartość wypłaty zwiększała się z każdym miesiącem. Wybór trzeciej opcji świadczyłby o preferencji do stopniowego polepszania stanu posiadania, natomiast wybór opcji pierwszej świadczyłby o preferencji sekwencji malejącej (słusznej normatywnie). Uzyskane wyniki pokazały, że sekwencję malejącą wybrało jedynie 15% badanych, tyle samo wybrało sekwencję stałą, natomiast sekwencję rosnącą wybrało aż 70% badanych. Wskazując na sekwencję rosnącą, badani unikali sytuacji, w której kolejna wypłata byłaby mniejsza od poprzedniej. W takiej sytuacji mamy do czynienia z ujemną wartością stopy dyskontowej.

nie kwoty, o którą byłby w stanie powiększyć swój kredyt w zamian za opóźnienie oraz kwoty, której żądałby za uszczuplenie kredytu w zamian za przyspieszenie spłaty. Wyniki pokazały, że w sytuacji (1) opóźnienia wypłaty premii badani chcieli otrzymać większą kwotę, niż byli w stanie zaoferować w sytuacji (3) opóźnienia spłaty kredytu. Natomiast w sytuacji (2) przyspieszenia wypłaty premii badani uszczuplali kwotę premii w mniejszym stopniu, niż robili to w sytuacji przyspieszenia spłaty kredytu (4).

**Tabela 3. Średnie stopy dyskontowe dla czterech wartości kwot w różnych sytuacjach eksperymentalnych**

| rodzaj sytuacji / kwota | 1 opóźnienie wypłaty premii | 2 przyspieszenie wypłaty premii | 3 opóźnienie spłaty kredytu | 4 przyspieszenie spłaty kredytu |
|---|---|---|---|---|
| 40 dolarów | -0,368 | 0,237 | 0,222 | -0,334 |
| 200 dolarów | -0,277 | 0,182 | 0,178 | -0,231 |
| 1000 dolarów | -0,267 | 0,155 | 0,161 | -0,215 |
| 5000 dolarów | -0,153 | 0,129 | 0,105 | -0,185 |

Im większa wartość bezwzględna stopy dyskontowej, tym silniej badany zmieniał kwotę oferowaną. Dodatnia stopa dyskontowa oznacza, że badany godził się na dyskonto, ujemna – że badany żądał premii. W sytuacji opóźnienia zysku badany żądał więcej pieniędzy, niż był w stanie poświęcić w sytuacji opóźnienia straty. W sytuacji przyspieszenia zysku badany oferował mniej pieniędzy, niż był w stanie dopłacić w sytuacji przyspieszenia straty.

Źródło: Na podstawie: Benzion, Rapoport i Yagil (1989).

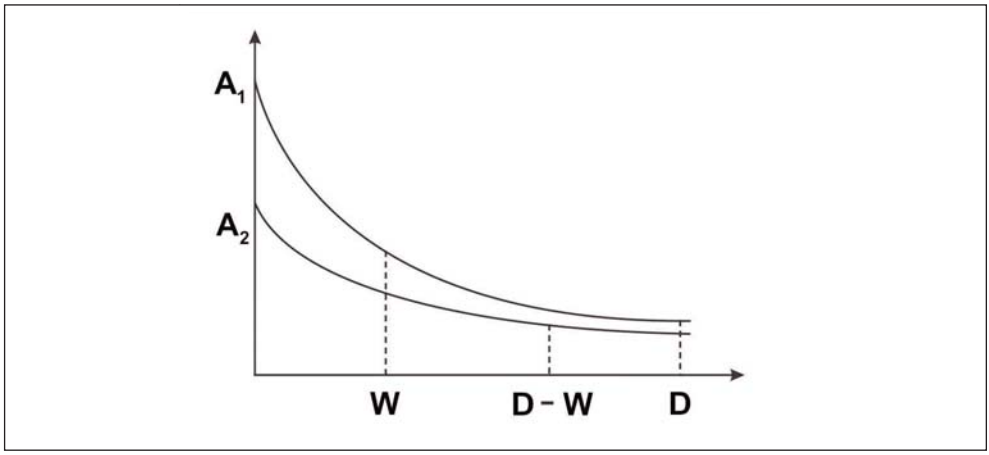
## 4. Zmiana preferencji w czasie

Termin „zmienność stopy procentowej" lub „zmienna stopa procentowa" zazwyczaj używany jest w odniesieniu do fluktuacji w funkcji czasu stóp procentowych (takich jak WIBOR, LIBOR czy rentowność bonów skarbowych) pod wpływem zmiennych warunków rynkowych. W niniejszym artykule mamy na myśli inny rodzaj zmienności stopy procentowej w funkcji czasu, zmienności spowodowanej czynnikami mentalnymi, czyli na zmianie wyceny odroczonej wypłaty dokonującej się w umyśle człowieka (lub zwierzęcia). Ten rodzaj zmienności stopy procentowej w czasie będziemy nazywać niekonsystencją (rysunek 1).

Badania empiryczne wskazują na silny spadek subiektywnej wartości kwoty w początkowym okresie dyskontowania, który to spadek zmniejsza się wraz z wydłużaniem czasu odroczenia (Thaler, 1981; Green, Fristoe i Myerson, 1994; Kirby i Herrnstein, 1995). Zjawisko to może sprzyjać przecinaniu się krzywych dyskontowania, jak pokazano na rysunku 3.

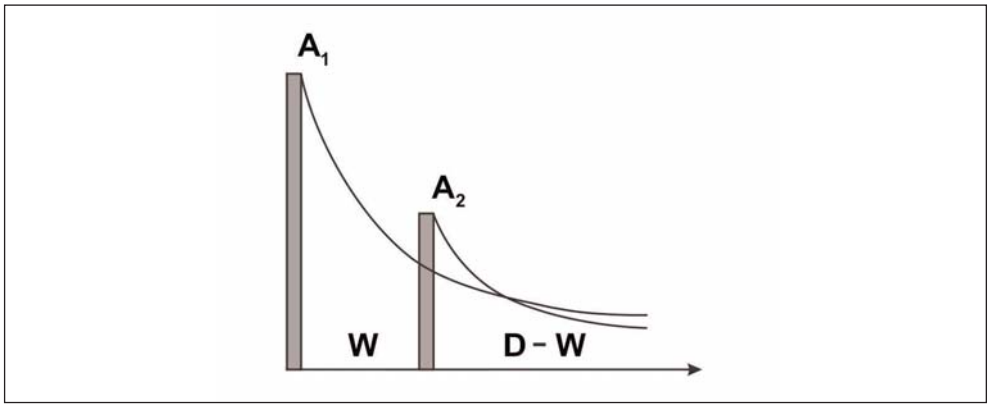
W eksperymencie Thalera (1981) badany miał do wyboru jedno jabłko natychmiast lub dwa jabłka następnego dnia. Większość badanych wybierała alternatywę pierwszą. Jednak gdy obie alternatywy zostały odroczone o ten sam okres (np. o 1 rok), pre-

**Rysunek 2. Dyskontowanie w czasie dwóch wypłat: $A_1$ oraz $A_2$.**




Na osi poziomej oznaczono czas do wypłaty. Gdy czas do wypłaty $A_1$ wynosi W jej wartość zdyskontowana jest mniejsza, niż wartość wypłaty natychmiastowej $A_2$. Gdy natomiast czas do wypłaty $A_1$ wynosi D, a czas do wypłaty $A_2$ wynosi D-W, zdyskontowana wartość $A_1$ jest większa, niż zdyskontowana wartość $A_2$.
Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 3. Dwie funkcje hiperboliczne, które mogą ulec przecięciu**




Wypłata $A_2$ została przesunięta w stosunku do $A_1$ o czas W. Pozwala to zobrazować przecięcie funkcji dyskontowych. Na osi poziomej oznaczono czas. W – czas pomiędzy dwiema wypłatami, D – odroczenie wypłaty $A_1$, D-W – odroczenie wypłaty $A_2$.
Źródło: Opracowanie własne.

ferencje badanych odwracały się. W takiej sytuacji woleli dwa jabłka za rok i jeden dzień, niż jedno za jeden rok.

Analogiczne wyniki dla wypłat pieniężnych uzyskali Kirby i Herrnstein (1995). Najpierw oferowali badanym wybór pomiędzy mniejszą wypłatą natychmiastową i większą, ale odroczoną, by później obie alternatywy odroczyć o ten sam okres. Za pierwszym razem badani preferowali mniejszą kwotę natychmiastową nad więk-

szą odroczoną, natomiast za drugim razem ich preferencje się odwracały i wybierali kwotę większą nad mniejszą.

Wyniki dalszych badań pokazały, że dyskontowanie przebiega tym silniej im większa jest liczba interwałów, na jaki podzielony jest analizowany odcinek czasu. W eksperymencie Reada i Roelofsma (2003) badani przydzielani byli do jednej z trzech grup, różniących się liczbą interwałów (1, 2 lub 4) wchodzących w skład takiego samego odcinka czasu. Długość odcinka czasu wynosiła 52 (lub 16) tygodnie. Na przykład w grupie z jednym interwałem badany był proszony o określenie kwoty, która otrzymana natychmiast byłaby w jego odczuciu równie atrakcyjna, jak 200 dolarów otrzymane po 52 tygodniach. W grupie z dwoma interwałami badany był proszony o określenie kwoty, która otrzymana przez niego po 26 (52 dzielone przez 2) tygodniach byłaby w jego odczuciu równie atrakcyjna, jak 200 dolarów otrzymane po 52 tygodniach. Przyjmijmy, że badany podawał kwotę X. Następnie podaną przez niego kwotę X wstawiano do kolejnego pytania, które brzmiało: „proszę podać kwotę, która otrzymana natychmiast będzie równie atrakcyjna jak X dolarów otrzymane po 26 tygodniach.

W grupie z czteroma interwałami badany pytany był o określenie kolejnych kwot dla czterech odcinków 13-tygodniowych. Uzyskane wyniki pokazały, że obliczone współczynniki dyskontowe dla odcinków czasowych 16 i 52 tygodnie były tym mniejsze im z większej liczby interwałów składał się dany okres (tabela 4).

**Tabela 4. Średnie współczynniki dyskontowe dla odroczeń podzielonych na jeden, dwa, cztery interwały czasowe**

| Całkowita długość odroczenia | Obliczone współczynniki dyskontowe dla grup z: | | |
|---|---|---|---|
| | jednym interwałem | dwoma interwałami | czterema interwałami |
| 16 tygodni | 0,35 | 0,24 | 0,20 |
| 52 tygodnie | 0,56 | 0,50 | 0,39 |

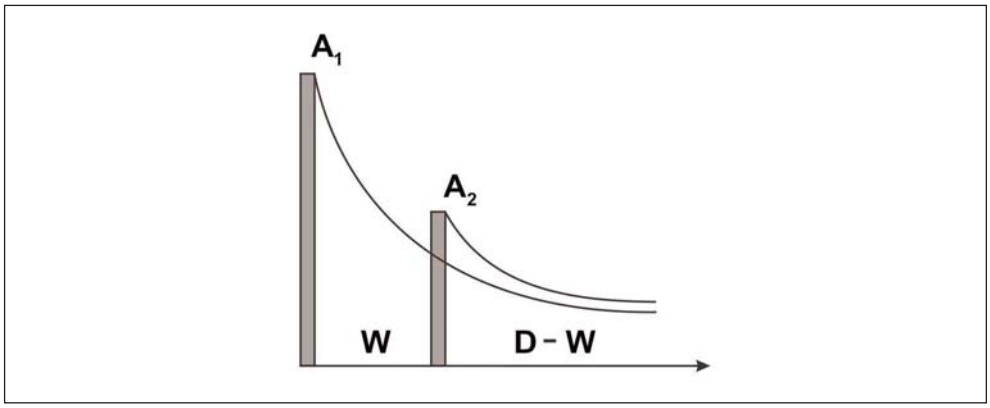
Źródło: Na podstawie: Read i Roelofsma (2003).

Spróbujmy wyjaśnić od strony teoretycznej zjawisko zmiany preferencji w czasie. Jedną z pierwszych prób normatywnego podejścia do procesu dyskontowania odroczonych wypłat była teoria zdyskontowanej użyteczności Paula Samuelasona (1937), zakładająca, że wartość współczynnika dyskontowego jest niezależna od czasu odroczenia, jak również od wartości i znaku wypłaty[4].

[4] Model Samulesona przyjmuje:
- integrację alternatyw, inaczej mówiąc, nieanalizowanie zdarzeń w odosobnieniu lecz włączanie ich do zagregowanej funkcji użyteczności (wartość bieżąca szeregu wypłat ma być równa sumie zdyskontowanych wartości poszczególnych jego elementów),
- niezależność funkcji dyskonta od typu wypłaty (kara lub nagroda) oraz od wartości wypłaty,
- stałość współczynnika dyskontowego w czasie (spójność preferencji w czasie) (za Bańbuła, 2006).

Można wykazać, że jedynym rodzajem funkcji spełniającej warunek stałości stopy dyskontowej w czasie jest funkcja wykładnicza (rysunek 4).

**Rysunek 4. Dwie dyskontowe funkcje typu wykładniczego o tym samym współczynniku $k_e$, które nie ulegają przecięciu**




Na osi poziomej oznaczono czas. W – czas pomiędzy dwiema wypłatami, D – odroczenie wypłaty $A_1$, D-W – odroczenie wypłaty $A_2$.
Źródło: Opracowanie własne.

Rzeczywiście, dyskontową funkcję wykładniczą opisujemy wzorem:

$$V = Ae^{-k_e t} \qquad [6]$$

gdzie:

$k_e$ – współczynnik funkcji wykładniczej.

Stopa dyskontowa w postaci różniczkowej zdefiniowana równaniem [3] w przypadku funkcji dyskontowej typu wykładniczego wynosi:

$$r_e = -\frac{\frac{dV}{dt}}{V} = -\frac{-k_e Ae^{-k_e t}}{Ae^{-k_e t}} = k_e. \qquad [7]$$

Niemniej badania empiryczne pokazują, że rzeczywisty proces dyskontowania zarówno u zwierząt, jak i u ludzi nie następuje według funkcji wykładniczej, a według funkcji hiperbolicznej. Mazur (1987), testując dopasowanie krzywej do wyników eksperymentalnych, używał następującego wzoru funkcji opisującej proces dyskontowania wypłaty A odroczonej o czas t (por. Ainslie, 1975).

$$V = \frac{A}{1 + k_h t} \qquad [8]$$

gdzie: V oznacza aktualną wartość wzmocnienia A, t oznacza aktualne odroczenie, a kh parametr funkcji hiperbolicznej.

Stopa dyskontowa zdefiniowana w [3] dla funkcji hiperbolicznej [8] wynosi:

$$r_h = -\frac{\frac{dV}{dt}}{V} = \frac{\frac{Ak_h}{(1+k_h t)^2}}{\frac{A}{1+k_h t}} = \frac{k_h}{1+k_h t}. \qquad [9]$$

A więc w przeciwieństwie do stopy dyskontowej funkcji wykładniczej, która jest stała w czasie, stopa dyskontowa funkcji hiperbolicznej jest zależna od czasu odroczenia t. Postać końcowa stopy dyskontowej funkcji hiperbolicznej [8], która jest także funkcją hiperboliczną, wyjaśnia szczególnie gwałtowny proces spadku subiektywnej wartości kwoty odroczonej w początkowym okresie procesu dyskontowania. Efekt ten jest rzeczywiście obserwowany empirycznie jako niestałość wartości stopy dyskontowej w czasie.

## 5. Kiedy funkcje dyskontowe mogą się przecinać, czyli kiedy dochodzi do zmiany preferencji w czasie?

Dane empiryczne pokazują, że (zarówno zwierzęta, jak i ludzie) dokonując wyborów mogą zmieniać swoje preferencje wraz z upływem czasu, a ilustracją tego zjawiska jest przecięcie się krzywych dyskontowych. Co jest warunkiem zaistnienia tego zjawiska?

Warto wspomnieć, że warunkiem przecięcia się krzywych dyskontowych nie jest ich hiperboliczny charakter. Wykładnicze krzywe dyskontowe także mogą się przecinać (np. Green, Myerson, 2004)

Przyjmijmy, że późniejsza wypłata oddalona jest od momentu podejmowania decyzji o czas $t = D$, natomiast wypłata wcześniejsza o czas $t = D - w$. Punkt przecięcia się dwóch dyskontowych funkcji wykładniczych oznacza, że

$$A_1 e^{-k_{e1}D} = A_2 e^{-k_{e2}(D-w)} \qquad [10]$$

Przekształcamy:

$$A_1 e^{-k_{e1}D} = A_2 e^{-k_{e2}D} e^{k_{e2}w} \qquad [11]$$

$$e^{k_{e2}w} = \frac{A_1}{A_2} e^{D(k_{e2}-k_{e1})} \qquad [12]$$

$$e^{D(k_{e2}-k_{e1})} = \frac{A_2}{A_1} e^{k_{e2}w} \qquad [13]$$

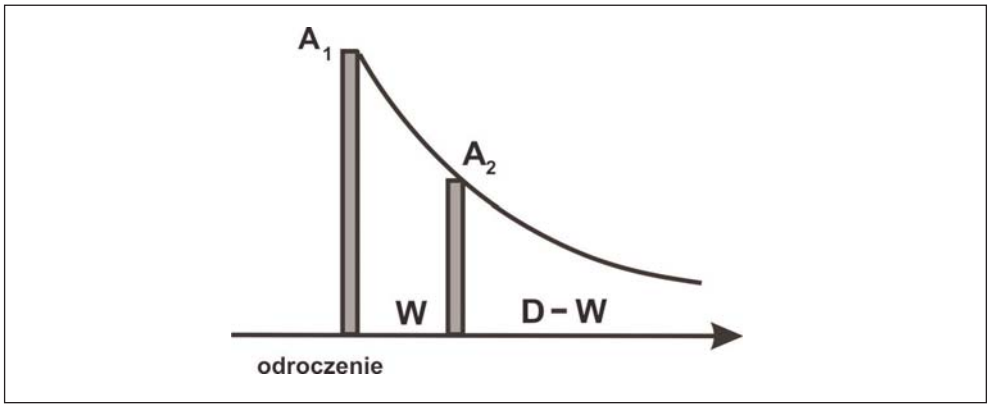
$$D(k_{e2} - k_{e1}) = k_{e2}w + \ln\frac{A_2}{A_1} \qquad [14]$$

Czas, po którym dwie funkcje wykładnicze ulegną przecięciu, wynosi zatem:

$$D = \frac{k_{e2}w + \ln\frac{A_2}{A_1}}{k_{e2} - k_{e1}}. \qquad [15]$$

Zauważmy, że gdy współczynniki $k_e$ są równe, czyli $k_{e1} = k_{e2}$, wtedy funkcje te się nie przetną (rysunek 4) lub nałożą się na siebie (rysunek 5).

**Rysunek 5. Dwie funkcje wykładnicze o tych samych współczynnikach ke nakładające się na siebie**




W – czas pomiędzy dwiema wypłatami, D – odroczenie wypłaty $A_1$, D-W – odroczenie wypłaty $A_2$.
Źródło: Opracowanie własne.

Jeśli natomiast:

$$k_{e2} > k_{e1} > 0$$

oraz $A_1 > A_2$ (ponieważ bardziej oddalona wypłata jest zawsze większa od bliższej wypłaty).

Ponieważ $D > w > 0$, to:

$$\frac{k_{e2}w + \ln\frac{A_2}{A_1}}{k_{e2} - k_{e1}} > w \qquad [16]$$

$$wk_{e1} > \ln\frac{A_1}{A_2} \qquad [17]$$

Ostatecznie:

$$w > \frac{1}{k_{e1}}\ln\frac{A_1}{A_2} \qquad [18]$$

oraz

$$k_{e2} > k_{e1} > 0.$$

Tak więc przy założeniach, że $A_1 > A_2$ oraz $k_{e2} > k_{e1} > 0$ przecięcie funkcji wykładniczych jest możliwe przy spełnieniu warunku [18]. Z zależności tej wynika, że szansa na przecięcie dyskontowych funkcji o charakterze wykładniczym rośnie wraz:

- ze zwiększeniem odległości pomiędzy wypłatami,
- z silniejszym dyskontowaniem (większej) wypłaty $A_1$,
- ze zmniejszeniem stosunku $A_1$ do $A_2$.

Hiperboliczny charakter funkcji dyskontowych nie stanowi więc warunku koniecznego na przecięcie się krzywych dyskontowych. Do przecięcia może dojść także w przypadku dyskontowania wykładniczego, ale przy współwystępowaniu efektu wielkości, czyli dla silniejszego dyskontowania niskich wypłat niż wysokich.

Sprawdźmy teraz, przy jakich warunkach mogą się przecinać funkcje hiperboliczne. Przyjmijmy, że późniejsza wypłata oddalona jest od momentu podejmowania decyzji o czas D, natomiast wypłata wcześniejsza o czas D – W. Punkt przecięcia się dwóch dyskontowych funkcji hiperbolicznych oznacza, że

$$\frac{A_1}{1 + k_{h1}D} = \frac{A_2}{1 + k_{h2}(D - w)} \qquad [19]$$

Przekształcamy:

$$A_1 + A_1k_{h2}(D - w) = A_2 + A_2k_{h1}D \qquad [20]$$

$$A_1 k_{h2} D - A_2 k_{h1} D = A_2 - A_1 + A_1 k_{h2} w \qquad [21]$$

$$D = \frac{A_2 - A_1 + A_1 k_{h2} w}{A_1 k_{h2} - A_2 k_{h1}} \qquad [22]$$

$A_1 > A_2$ (ponieważ bardziej oddalona wypłata jest zawsze większa od bliższej wypłaty)

Ponieważ $D > w > 0$, to

$$\frac{A_2 - A_1 + A_1 k_{h2} w}{A_1 k_{h2} - A_2 k_{h1}} > w \qquad [23]$$

Aby rozwiązać nierówność [23], obie strony mnożymy przez mianownik. Przyjmujemy dodatni znak mianownika[5]

$$A_1 k_{h2} - A_2 k_{h1} > 0 \qquad [24]$$

czyli

$$A_1 k_{h2} > A_2 k_{h1} \qquad [25]$$

Ostatecznie otrzymujemy więc dwie nierówności:

$$k_{h1} > \frac{A_1 - A_2}{A_2} \frac{1}{w} \qquad [26]$$

co wynika z [23] oraz

$$A_1 k_{h2} > A_2 k_{h1} \qquad [27]$$

czyli dwa warunki na przecięcie się hiperboli wyglądają następująco:

$$w > \frac{1}{k_{h1}} \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right) \qquad [28]$$

oraz

[5] Ujemny mianownik nie spełnia warunków naszego problemu, ponieważ prowadziłby do przecięcia krzywych wcześniej niż liczony jest czas odroczenia D.

$$\frac{k_{h1}}{k_{h2}} < \frac{A_1}{A_2}. \qquad [29]$$

Zauważmy, że w przeciwieństwie do przecinania funkcji wykładniczych w przypadku funkcji hiperbolicznych nie obowiązuje warunek $k_{h2} > k_{h1} > 0$, zamiast niego pojawia się warunek [29].

Nadto przypomnijmy, że dwie dyskontowe funkcje wykładnicze nie przecinają się, jeśli ich współczynniki $k_{e1}$ i $k_{e2}$ są jednakowe. Inaczej jest w przypadku funkcji hiperbolicznych. Przyjmijmy, że współczynniki $k_{h1} = k_{h2} = k_h$. Zauważmy, że sytuacja równych współczynników $k_{h1} = k_{h2}$ dla dwóch funkcji hiperbolicznych odpowiada niewystępowaniu efektu wielkości, czyli braku zależności stopnia dyskontowania od wartości wypłaty i jest typowa dla zwierząt, w przypadku których występuje przecinanie preferencji w czasie, ale nie występuje efekt wielkości (Green, Myerson, Holt, Slevin, i Estle, 2004).

Sprawdźmy, czy i kiedy funkcje takie się przetną:

Na podstawie [19]:

$$D = -\frac{1}{k_h} + \frac{A_1 w}{A_1 - A_2}. \qquad [30]$$

Jeśli porównamy czas $D$ upływający od przecięcia się krzywych do pojawienia się większej wypłaty $A_2$ dla warunku $k_{h2} > k_{h1} > 0$ [22] oraz dla warunku $k_{h2} = k_{h1}$ [30], widzimy, że czas ten jest krótszy dla przypadku hiperboli o różnych współczynnikach [22] niż dla przypadku jednakowych współczynników [30]. Wprawdzie zarówno licznik, jak i mianownik równania [22] rośnie wraz ze wzrostem wartości kh2, ale licznik rośnie szybciej, ponieważ wyraz $A_1 k_{h2} w$ ma większą wartość niż $A_1 k_{h2}$ dla $w > 0$. Co więcej, oznacza to, że czas $D$ jest tym większy, im większy jest czas „w" oddalenia od siebie dwóch wypłat $A_1$ oraz $A_2$. Duża wartość czasu D oznacza dużą impulsywność badanego, co z kolei oznacza większą skłonność do zmiany preferencji. Ostatecznie więc większa skłonność do odwrócenia preferencji pojawi się w przypadku dwóch hiperboli o różnych wartościach współczynnika kh, co ma miejsce w przypadku zaistnienia efektu wielkości.

Pamiętając, że $A_1 > A_2$ oraz $D > w > 0$, mamy:

$$k_h > \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right)\frac{1}{w} \qquad [31]$$

lub inaczej:

$$w > \frac{1}{k_h}\left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right). \qquad [32]$$

Przecięcie funkcji może wystąpić w przypadku dwóch funkcji wykładniczych, jeśli posiadają różne współczynniki przy wykładnikach.

Hiperbole mogą się przecinać zarówno w przypadku jednakowych jak i różnych wartości współczynników k. Występowanie efektu wielkości jest warunkiem koniecznym przecięcia funkcji wykładniczych, ale nie hiperbolicznych.

Z praktycznego punktu widzenia problem zmiany preferencji odnosi się do trudności, jaką ludzie doświadczają w konsekwentnym realizowaniu własnych planów. Niech większa, ale bardziej oddalona w czasie wypłata $A_1$ będzie celem, do jakiego dążymy, a mniejsza, ale bliższa nagroda $A_2$ – pokusą, jaka pojawia się na drodze do celu. Wykonane powyżej obliczenia precyzyjnie określają warunki, przy jakich dojdzie do zmiany preferencji, czyli ulegnięcie pokusie. We wszystkich analizowanych przypadkach:

- im większa wartość bliższej wypłaty $A_1$ (pokusa) w stosunku do dalszej wypłaty $A_2$ (cel),
- im dłuższy czas pomiędzy wypłatą $A_1$ (pokusa) a dalszej wypłaty $A_2$ (cel),
- im krótsza odległość pomiędzy momentem podejmowania decyzji a mniejszą wypłatą $A_1$ (pokusą),

tym pewniej ulegniemy pokusie. Kluczową sprawą zatem jest wcześniejsze zabezpieczenie się na wypadek pojawienia się pokusy lub nawet modlitwa: „Nie wódź nas na pokuszenie". Znakomitym przykładem obrony przed pokusą jest zachowanie Odysa, który wiedział, że słuchanie śpiewu syren prowadzi do katastrofy okrętu i postanowił się przed nią obronić zawczasu (Załącznik 1). Zabezpieczenie się przed pokusą obecne jest w wielu dziedzinach, od legislacji (instytucja konstytucji państwa, której zapisów nie można zmienić zwykłą większością głosów, co stanowi zabezpieczenie przed impulsywnością parlamentarzystów koalicji rządzącej), przez walkę z nałogiem (uprzednie zażywanie medykamentów uprzykrzających odczucia po ewentualnym wypiciu alkoholu, co stanowi ograniczenie pokusy), aż do stosowania diet odchudzających (wyzbywanie się pokus w rodzaju wypełnionej smakołykami lodówki). Trzeba nadmienić, że strategię wstępnego zobowiązania stosują też zwierzęta, np. gołębie (Rachlin, Green, 1972).

## 6. Podsumowanie

1. Ludzie silniej dyskontują przyszłą nagrodę niż przyszłą karę.
2. Jeśli zmienia się czas odroczenia wypłaty, to w przypadku opóźnienia wypłaty u badanych występuje silniejsza zmiana stopy dyskonta (niekonsystencja) niż

w przypadku przyspieszenia wypłaty. Ludzie są bardziej wrażliwi na opóźnienie wypłaty niż na jej przyspieszenie względem wcześniej ustalonego terminu.

3. Dotychczasowe badania wskazują, że rzeczywisty proces dyskontowania najlepiej jest przybliżany za pomocą funkcji hiperbolicznej, która wyjaśnia szybszy spadek subiektywnej wartości w początkowym okresie dyskontowania niż w okresie późniejszym. Innymi słowy, podczas dyskontowania mamy do czynienia z niestałością współczynnika dyskontowego w czasie. Stałość współczynnika dyskontowego może być zagwarantowana jedynie przez wykładniczy charakter funkcji dyskontowej.
4. Wbrew powszechnym opiniom do zmiany preferencji (przecięcia się krzywych dyskontowych) podczas dyskontowania odroczonych wypłat nie jest konieczny hiperboliczny kształt funkcji dyskontowych połączony z efektem wielkości, czyli silniejszym dyskontowaniem małych wypłat niż dużych. Okazuje się, że hiperboliczne funkcje dyskontowe mogą się przecinać nawet bez współwystępowania efektu wielkości. Wykładnicze funkcje dyskontowe także mogą się przecinać, ale do tego potrzebne jest współwystępowanie efektu wielkości.

## Załącznik 1

Ty w kraj Syren zajedziesz, czarownic, co zdradzą
Tych wszystkich, jacy tylko o nie tam zawadzą.
Szaleniec, kto się zbliży i Syren tych śpiewy
Usłyszy! On nie ujrzy nigdy, póki żywy,
Ni małżonki, ni dziatek, ni ziemi rodzinnej:
Tak go sczaruje śpiew tych Syren słodkopłynny,
Które siedzą na łące, a wkoło nich gnaty
Ludzkie leżą stosami i ciał wyschłych szmaty.
Ty je mijaj, i zalep uszy towarzyszy
Woskiem miodnego plastru! Niech żaden nie słyszy
Głosu ich; lecz jeżeli sam byłbyś ciekawy
Posłuchać, to powrozem każ do masztu nawy
Przywiązać się a mocno, za nogi i ręce,
A wtedy się przysłuchaj dwóch Syren piosence.
Lecz gdybyś się wyrywał, wołał, by zdjąć pety,
To masz być jeszcze mocniej powrozem ściśnięty.
[...]
Nie jednemu ni kilku zwierzam się wybranym
Z przeznaczeniem, od Kirki mnie przepowiedzianym,
Lecz wszystkim chcę obwieścić, jaką przyszłość wróży;

Czy zginiem, czy szczęśliwie powrócim z podróży?
Najpierw, radzi bogini, na śpiewy zwodzące
Głuchym być owych Syren, co siedzą na łące.
Mnie jednemu li wolno słuch mieć dla ich śpiewu,
Lecz trzeba mię przywiązać k'masztowemu drzewu
I spętać powrozami za nogi i ręce,
Bym nie drgnął; lecz jeżeli owe więzy skręcę
Lub zawołam: Puszczajcie! – odmówcie posłuchu
I mocniejszymi pęty skrępujcie co duchu.
– Tak więc część przepowiedni zwierzyłem drużynie.
Okręt nasz, gnany wiatrem, pod ostrów podpłynie
Dwóch Syren, a wtem naraz wiatr ucichł i wodne
Fale się wygładziły jak niebo pogodne:
Któryś bóg je uciszył. Poskoczyli nagle
Towarzysze na nogi, aby zwinąć żagle
I na dnie łodzi złożyć; po czym rozbijano
Nurt wiosłami, aż morze pokryło się pianą.
Jam wtedy miednym nożem krąg wosku na części
Krajał drobno i gniótł z nich gałki w silnej pięści;
Wosk prędko stał się miękki, już samym gnieceniem,
Już rozgrzany gorącym Heliosa promieniem;
Co zrobiwszy, każdemu zalepiłem słuchy [232].
Potem do mnie się wzięto; związali mię druhy
Do masztu powrozami za nogi i barki
I wziąwszy się do wioseł, gnali okręt szparki.
A gdyśmy się zbliżyli do wyspy tej brzegu,
Syreny, widząc nawę gnaną w pełnym biegu,
Pieszczonymi głosami śpiew zawiodły taki:
– Zbliż się, chlubo Achiwów, Odysie z Itaki!
Zbliż do lądu! Posłuchaj, jak śpiewamy cudnie!
Nikt tu jeszcze na czarnym nie przemknął się sudnie,
Żeby się nie zatrzymał na dźwięk naszych pieni;
Owszem, wszyscy śpiewaniem tym rozweseleni,
Oświeceni mądrością płyną sobie dalej.
Wiemy, co niegdyś Grecy, Trojanie doznali
Nieszczęść, z bogów naprawy, na Ilionu polach,
Wiemy o wszystkich ziemskich dolach i niedolach.

– Tak śpiewały, a we mnie już żądza się budzi
Słuchać jeszcze tych śpiewów; więc mrugam na ludzi,
By przyszli mię rozpętać. – Okręt pędzi chyżo.
Wtem Euryloch, Perimed do mnie się przybliżą
I przywiążą do masztu silniej powrozami.
Tymczasem wyspa Syren została za nami,
Już ich głosu i śpiewu prawie nikt nie słyszy.
Więc wosk z uszu odlepiał każdy z towarzyszy,
A i mnie z onych pętów też oswobodzili.

***Homer, Odyseja Pieśń Dwunasta, w przekładzie: Lucjana Siemińskiego, Siedmioróg, 2001***

## Bibliografia


Ainslie, G. 1975. *Specious reward: A behavioral theory of impulsiveness and impulse control.* „Psychological Bulletin" 82: 463-469.

Bańbuła, P. 2006. *Oszczędności i wybór międzyokresowy – podejście behawioralne*. Materiały i studia. Zeszyt nr 208.

Benzion, U., Rapoport, A., & Yagil, J. 1989. *Discount rates inferred from decisions: An experimental study.* „Management Science" 35: 270–284.

Coffey, S.F., Gudleski, G.D., Saladin, M.E., & Brady, K.T. 2003. *Impulsivity and rapid discounting of delayed hypothetical rewards in cocaine-dependent individuals.* „Experimental and Clinical Psychopharmacology" 11: 18-25.

Dixon, M.R., Marley, J., & Jacobs, E.A. 2003. *Delay discounting by pathological gamblers.* „Journal of Applied Behavior Analysis" 36: 449-458.

Du, W., Green, L., & Myerson, J. 2002. *Cross-cultural comparisons of discounting delayed and probabilistic rewards.* „Psychological Record" 52: 479-492.

Green, L., Fristoe, N., & Myerson, J. 1994. *Temporal discounting and preference reversals in choice between delayed outcomes.* „Psychonomic Bulletin & Review" 1: 383-389.

Green, L., Fry, A.F., & Myerson, J. 1994. *Discounting of delayed rewards: A life-span comparison.* „Psychological Science" 5: 33-36.

Green, L., Myerson, J., McFadden, E. 1997. *Rate of temporal discounting decreases with amount of reward.* „Memory & Cognition" 25: 418-427.

Green, L., Myerson, J., & Ostaszewski, P. 1999. *Amount of reward has opposite effects on the discounting of delayed and probabilistic outcomes.* „Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition" 25: 418-427.

Green, L., Myerson, J. 2004. *A discounting framework for choice with delayed and probabilistic rewards.* „Psychological Bulletin" 130: 769-792.

Green, L., Myerson, J., Holt, D.D., Slevin, J.R., & Estle, S.J. 2004. *Discounting Of Delayed Food Rewards In Pigeons And Rats: Is There A Magnitude Effect?* „Journal of the Experimental Analysis of Behavior" 81: 39-50.

Kahneman, D., Tversky, A. 1979. *Prospect theory: An analysis of decisions under risk.* „Econometrica" 47: 313-327.

Kirby, K.N., Herrnstein, R.J. 1995. *Preference reversals due to myopic discounting of delayed reward.* „Psychological Science" 6: 83-89.

Kirby, K.N., Santiesteban, M. 2003. *Concave Utility, Transaction Costs, and Risk in Measuring Discounting of Delayed Rewards.* „Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition" 29: 66-79.

Loewenstein, G.F. 1988. *Frames of Mind in Intertemporal Choice*. „Management Science" 34: 200-214.

Loewenstein, G. 1988c. *The Weighting of Waiting: Response Mode Effect in Intertemporal Choice.* Working Paper, Center for Decision Research. University of Chicago, USA.

Loewenstein, G., Sicherman, N. 1991. *Do Workers Prefer Increasing Wage Profiles?* „Journal of Labor Economics" 9: 67-84.

Mazur, J.E. 1987. *An adjusting procedure for studying delayed reinforcement*. In M.L. Commons, J.E. Mazur, J.A. Nevin, & H. Rachlin (Eds.), *Quantitative analysesof behavior: Vol. 5. The effect of delay and of intervening events on reinforcement value* (pp. 55-73). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ohmura, Y., Takahashi, T., & Kitamura, N. 2005. *Discounting delayed and probabilistic monetary gains and losses by smokers of cigarettes*. „Psychopharmacology" 182: 508-515.

Petry, N.M. 2003. *Discounting of money, health, and freedom in substance abusers and controls.* „Drug and Alcohol Dependence" 71: 133-141.

Rachlin, H., Green, L. 1972. *Commitment, choice, and self-control*. „Journal of the Experimental Analysis of Behavior" 17: 15-22.

Rachlin, H., Raineri, A., & Cross, D. 1991. *Subjective probability and delay*. „Journal of the Experimental Analysis of Behavior" 55: 233-244.

Reynolds, B., Richards, J.B., Horn, K., & Karraker, K. 2004. *Delay discounting and probability discounting as related to cigarette smoking status in adults*. „Behavioral Processes" 65: 35-42.

Read, D., Roelofsma, P.H.M.P. 2003. *Subadditive versus hyperbolic discounting: A comparison of choice and matching.* „Organizational Behavior and Human Decision Processes" 91: 140-153.

Samuelson, P.A. 1937. *A note on measurement of utility*. „Review of Economic Studies" 4: 155-161.

Shelley, M.K. 1993. *Outcome Signs, Question Frames and Discount Rates.* „Management Science" 39: 806-815.

Takahashi, T., Ikeda, K & Hasegawa, T. 2007. *Behavioral and Brain Functions*, 3: 52.

Thaler, R. 1981. *Some empirical evidence on dynamic inconsistency*. „Economic Letters" 8: 201-207.

Vuchinich, R.E., & Simpson, C.A. 1998. *Hyperbolic temporal discounting in social drinkers and problem drinkers.* „Experimental and Clinical Psychopharmacology" 6: 292–305.

Zielonka, P. 2009. *O psychologii inwestora*. „Parkiet" (w druku).